

Modelado del histograma de frecuencias de las velocidades anuales del agua del río Fonce (San Gil, Santander) mediante el Sistema de Pearson.

/Modeling the frequency histogram of the annual water velocities of the Fonce River (San Gil, Santander) using the Pearson System

Dayro Augusto Jiménez Guerra,¹ Jorge Fuentes Bacca², María Esther Rivera³

¹Estudiante del Programa de Ingeniería Civil, Grupo de Investigación IGE, Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia, u1101737@unimilitar.edu.co

²Asistente Graduado del Proyecto IMP 2134 de 2016, Grupo de Investigación IGE, Estudiante de Maestría en Ingeniería Civil, Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia, u1101464@unimilitar.edu.co

³Co-Investigadora del Proyecto IMP 2134 de 2016, Ph.D., Grupo de Investigaciones Ambientales, Agua, Suelo y Aire GIAASA, Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia, maes@unipamplona.edu.co

FECHA DE RECEPCIÓN DEL ARTÍCULO: 01/10/2016 FECHA DE ACEPTACIÓN DE ARTÍCULO: 17/11/16

Página
18

ESING

REVISTA INGENIEROS MILITARES
número 11, Año 2016, ISSN 2145-3144 / BOGOTÁ-COLOMBIA

RESUMEN

El problema de este trabajo se planteó mediante el interrogante: ¿es posible aplicar el Sistema de Pearson al modelado del comportamiento de las velocidades del agua del río Fonce (Santander)? Los resultados obtenidos demuestran claramente que los comportamientos de la velocidad del agua del río Fonce son modelados adecuadamente según el criterio k de Pearson, mediante los diferentes tipos de curvas del Sistema de Pearson.

En este trabajo la interpretación estocástica del comportamiento de las velocidades del agua se realiza mediante el modelo del Sistema de Karl Pearson. Este modelo resulta a partir de una ecuación diferencial resuelta por variable separable, que debido a que es susceptible a tener soluciones complejas, ésta termina por convertirse en un modelo de ecuaciones múltiple, de las cuales se derivan trece ecuaciones.

Este trabajo es resultado del proyecto de investigación de la Universidad Militar Nueva Granada, UMNG INV IMP 2134 de 2016, con apoyo financiero de la Vicerrectoría de Investigaciones y realizado en conjunto con la Universidad de Pamplona y apoyo de la empresa de turismo Dorado Extremo.

PALABRAS CLAVES

Sistema de pearson, velocidad del agua, modelo estocástico.

ABSTRACT

The problem of this work was raised by the question: is it possible to apply the Pearson System to

the modeling of the behavior of water velocities of the Fonce river (Santander)? The results obtained clearly demonstrate that the water velocity behaviors of the Fonce river are adequately modeled according to the Pearson criterion k, using the different types of curves of the Pearson System.

This work is the result of a research project of the Universidad Militar Nueva Granada University, UMNG INV IMP 2134 de 2016, with financial support from the Research's office and carried out in conjunction with the Pamplona University and Dorado Extremo.

KEY WORDS

Pearson system of frequency curves, water velocity, stochastic model.

INTRODUCCIÓN

La hidrología en términos de resultados es una de las ciencias más inciertas de la ingeniería, debido a que los datos que utiliza en sus ejercicios de modelado conllevan amplios márgenes de incertidumbre. Según Martínez Plata et al., (2012), los procesos de medición y los instrumentos que se utilizan generan márgenes de error en los valores de caudales que pueden superar el 30% para el caso de la red del IDEAM.

Está claro que la cadena de incertidumbre en un resultado que ofrezca la hidrología incide directamente en la vida útil de una obra. En el diseño de obras civiles y militares, por ejemplo, se toman como referencia básica los resultados de los cálculos hidrológicos para determinar volúmenes de materiales, tipo de materiales, fuerzas a resistir, entre muchos otros aspectos.

Para citar este artículo / To cite this article

D. A. Jiménez Guerra, J. Fuentes Bacca, M. E. Rivera. Modelado del histograma de frecuencias de las velocidades anuales del agua del río Fonce (San Gil, Santander) mediante el Sistema de Pearson. Revista Ingenieros Militares, No.11, pp. 18, 2016.

De otra parte, en la práctica de diseños hidráulicos se suele utilizar un valor concreto de la velocidad del agua para el diseño de las obras a un periodo de retorno; sin embargo, de todos es conocido que los valores de cada velocidad medida con molinete u otro instrumento conlleva errores. El área de la hidrología estocástica que estudia la incertidumbre inmersa en los valores de los parámetros hidráulicos se conoce como hidráulica estocástica; ella se encarga de incluir la incertidumbre en los ámbitos de la hidráulica tradicional.

En este trabajo se presenta una primera aproximación de la estimación de las frecuencias de probabilidades en una serie de valores anuales de las velocidades mínimas, medias y máximas aplicando el Sistema de Pearson. El caso se aplica al río Fonce en San Gil (Santander).

Diversos autores [1], [2], [3], [4], afirman que el Sistema de Pearson es un conjunto de modelos estadísticos. Su diferencia principal con los modelos estadísticos tradicionales y ampliamente conocidos (tales como la Normal, Log Normal, Gumbell, Fisher, Student, etc.) es que permite enlazar el estudio de un proceso estocástico estacionario con un proceso no estacionario a través del modelo Fokker-Planck-Kolmogorov. La ecuación diferencial determinista que describe al Sistema de Pearson es de la forma:

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{C_1 + C_2x + C_3x^2} \quad (1)$$

en donde:

x es la variable del proceso u objeto en estudio (velocidades del agua u otra variable hidrológica).

y representa a la probabilidad de un evento.

dx representa al diferencial de x.

dy representa al diferencial de y.

C^1, C^2, C^3 representan a los parámetros estadísticos del histograma de frecuencias o de la ley de distribución de probabilidades.

La formulación detallada del Sistema de Pearson se puede consultar en [5] y [6].

El Sistema de Pearson comprende trece (13)

modelos estadísticos diferentes (tabla 1). En ingeniería civil, ambiental e hidrología el más conocido corresponde al tipo III, también llamado Gamma de 3 Parámetros [1], [2], [6].

El trabajo consta de varias etapas: compilación y procesamiento de datos sobre caudales del río Fonce, construcción de los histogramas de frecuencias empíricas, búsqueda del tipo de modelo de Pearson que mejor se ajusta al histograma de frecuencias empíricas, modelado del comportamiento histórico de los caudales según el modelo teórico seleccionado, los resultados y las conclusiones.

METODOLOGÍA

En este trabajo se aplica el método estadístico para procesar los datos hidrológicos y para modelar el comportamiento de las velocidades del agua del río Fonce; específicamente se aplica el método de los momentos estadísticos. El procedimiento se resume así:

- a) Se conformaron las tres series de valores anuales de las velocidades del agua.
- b) Se estimaron a cada serie los valores de los momentos iniciales y centrales.
- c) Se estimaron los valores de los parámetros del Sistema de Pearson y con ellos se determinó mediante el criterio de ajuste kappa K el tipo de modelo que mejor se ajustó a cada comportamiento histórico.
- d) Se aplicó la ecuación del tipo de modelo de Pearson que mejor se ajustó y se obtuvieron los tres histogramas modelados de las frecuencias de las probabilidades de las velocidades.

Compilación y procesamiento de datos hidrológicos

Para estudiar el comportamiento de las velocidades del agua del río Fonce, se tomaron los valores anuales mínimos (medios, máximos y mínimos) de la estación hidrológica del IDEAM, ubicada en San Gil sobre el río Fonce. Los datos fueron aportados por el IDEAM en forma gratuita.

Los datos fueron compilados para el periodo de los años 1955-2012. Durante este periodo de tiempo se han presentado fenómenos de tipo El Niño y La Niña en diversas ocasiones; ello, permite aseverar que la serie temporal incluye el impacto de estos procesos continentales en el comportamiento de las velocidades del agua.

Desde el nacimiento del río Fonce hasta el sitio de estudio (en San Gil) en el cauce principal del río

existen diversas fuerzas físicas que determinan la velocidad del agua, tales como la vegetación, el lecho del río, la pendiente del cauce, entre otros. Se considera que el comportamiento de las velocidades del agua del río Fonce en San Gil obedece a condiciones naturales. Esta condición deberá evaluarse a detalle en un posterior trabajo de investigación.

En general, los datos de las velocidades del agua del río Fonce tienen una aceptable disponibilidad, habida cuenta que se tienen más de 400 aforos durante 58 años de mediciones hidrológicas en el río en San Gil. El IDEAM no presenta valor alguno para el año 2001, el cual se excluye del estudio (tabla 2).

En la figura 1 se aprecia que en general los valores (medios, mínimos y máximos) de las velocidades del agua del río Fonce no presenta tendencia clara al aumento o disminución; aunque a lo largo de

los últimos años del periodo 1955-2012 se aprecia levemente una disminución. Es importante

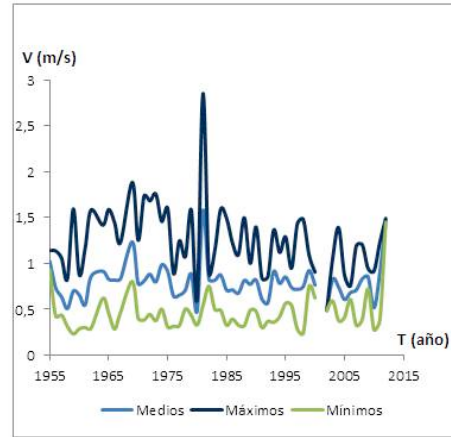


Figura 1. Comportamiento temporal de las velocidades del agua del río Fonce durante el periodo 1955-2012.

Tabla 1. Tipos de modelos estadísticos del Sistema de Pearson.

Clasificación	Tipo de Pearson	Condiciones	Origen	Dominio	Ecuación
Tipos Principales	Tipo I	$K < 0$	$\ln(y) = \int \frac{x_j + a}{b_2(x_j - r_1)(x_j + r_2)} dx_j$	$-A_1 < x_j < A_2$	$y = y_0(A_1 + x_j)^{m_1}(A_2 - x_j)^{m_2}$ donde $x_j = x_i - d$
	Tipo IV	$K \in (0,1)$	$\ln(y) = \int \frac{x_j + c}{b_2(x_j^2 + A^2)} dx_j$	Ilimitado	$y = y_0 \left((x_j - mb_1)^2 + A^2 \right)^{-m} e^{-\nu \arctan \frac{(x_j - mb_1)}{A}}$ donde $x_j = x_i - d$
	Tipo VI	$K > 1$	$\ln(y) = \int \frac{x_j + a}{b_2(x_j + c_1)(x_j + c_2)} dx_j$	$-c_1 < x_j < c_2$	si $\mu_3 > 0 \Rightarrow y = y_0(c_1 + x_j)^{-\mu_3}(c_2 + x_j)^{\mu_3}$, $-c_2 < x_j$, de lo contrario $y = y_0(c_1 - x_j)^{-\mu_3}(c_2 - x_j)^{\mu_3}$, $x < c_2$
Tipos de Transición	Tipo II	$K = 0, \beta'_1 = 0, \beta'_2 < 3$	$\ln(y) = \int \frac{x_j}{b_2(x_j + a)(x_j - a)} dx_j$	$-A < x_j < A$	$y = y_0(A^2 - x_j^2)^m$ donde $x_j = x_i - d$
	Tipo V	$K = 1$	$\ln(y) = \int \frac{x_j + a}{b_2(x_j + A)^2} dx_j$ si $\mu_3 > 0$ $\ln(y) = \int \frac{x_j + a}{b_2(x_j - A)^2} dx_j$ si $\mu_3 < 0$	$-A < x_j$ si $\mu_3 > 0$ $x_j < A$ si $\mu_3 < 0$	$y = y_0(A + x_j)^{-p} e^{-\frac{A(x_j - p)}{A + x_j}}$, -donde $x_j = x_i - d$ $y = y_0(A - x_j)^{-p} e^{-\frac{A(x_j - p)}{A - x_j}}$
	Tipo VII	$K = 0, \beta'_1 = 0, \beta'_2 > 3$	$\ln(y) = \int \frac{x_j}{b_0 + b_2 x_j^2} dx_j$	Ilimitado	$y = y_0(A^2 + x_j^2)^{-m}$ donde $x_j = x_i - d$
	Tipo XIII o Normal	$K = 0, \beta'_1 = 0, \beta'_2 = 3$	$\ln(y) = \int \frac{-x_j}{\mu_2} dx_j$	Ilimitado	$y = y_0 e^{-\frac{x_j^2}{2\sigma^2}}$ donde $x_j = x_i - d$
Tipos Alternos	Tipo VIII	$K < 0, \lambda = 0, 5\beta'_2 - 6\beta'_1 - 9 < 0$	$\ln(y) = \int \frac{1}{b_2(x_j + A)} dx_j$	$-A < x_j < \frac{A}{1-m}$	$y = y_0(A + x_j)^{-m}$ donde $x_j = x_i - d$
	Tipo IX	$K = 0, \lambda = 0, 5\beta'_2 - 6\beta'_1 - 9 < 0, 2\beta'_2 - 3\beta'_1 - 6 < 0$	$\ln(y) = \int \frac{1}{b_2(x_j - A)} dx_j$	$\frac{-A}{1-m} < x_j < A$	$y = y_0(A - x_j)^{-m}$ donde $x_j = x_i - d$
	Tipo XI	$K > 1, \lambda = 0, 2\beta'_2 - 3\beta'_1 - 6 > 0$	$\ln(y) = \int \frac{1}{b_2(x_j + A)} dx_j$ $\ln(y) = \int \frac{1}{b_2(x_j - A)} dx_j$	Si $\mu_3 > 0 \Rightarrow -\frac{A}{m-1} < x_j$ de lo contrario $x_j < \frac{-A}{m-1}$	$y = y_0(A + x_j)^{-m}$ donde $x_j = x_i - d$ $y = y_0(A - x_j)^{-m}$
Tipos Especiales	Tipo III	$K = \infty$	$\ln(y) = \int \frac{x_j + a}{b_1(x_j + A)} dx_j$ $\ln(y) = \int \frac{x_j + a}{-b_1(-x_j + A)} dx_j$	$-A < x_j$ si $\mu_3 > 0$ $x_j < A$ si $\mu_3 < 0$	$y = y_0(A + x_j)^p e^{-\gamma x_j} -$ donde $x_j = x_i - d$ $y = y_0(A - x_j)^p e^{\gamma x_j}$
	Tipo X	$\beta'_1 = 4, \beta'_2 = 9$	$\ln(y) = \int \frac{x_j + a}{-a^2 - a x_j} dx_j$	$0 < x_j$	$y = y_0 e^{-\frac{x_j}{a}}$ donde $x_j = x_i - d$
	Tipo XII	$5\beta'_2 - 6\beta'_1 - 9 = 0$	$\ln(y) = \int \frac{-2\gamma' a'}{(-x_j + r_2)(x_j - r_1)} dx_j$	$a' \left(\gamma_1 - \sqrt{\beta'_1 + 3} \right) < x_j$ $x_j < a' \left(\gamma_1 + \sqrt{\beta'_1 + 3} \right)$	$y = \frac{y_0 \left(a' \left(\sqrt{\beta'_1 + 3} + \gamma_1 \right) - x_j \right)^{\frac{\gamma_1}{\sqrt{\beta'_1 + 3}}}}{a' \left(\sqrt{\beta'_1 + 3} - \gamma_1 \right) + x_j}$ donde $x_j = x_i - d$

recordar que la velocidad del agua de un río es un concepto teórico que nace de la comparación de dos movimientos: el movimiento del agua del río de un sitio a otro (que se expresa en metros) y el movimiento de rotación de la esfera Tierra (que se expresa en este caso en segundos).

Los valores de las velocidades del agua del río Fonce presentan las siguientes características estadísticas (tabla 2).

De estos valores se puede concluir que el agua del río Fonce en las velocidades altas puede recorrer en

Tabla 2. Valores anuales de la velocidad del agua del río Fonce

Valores Anuales (m/s)				Valores Anuales (m/s)			
Año	Medios	Máximos	Mínimos	Año	Medios	Máximos	Mínimos
1955	1,023	1,14	0,934	1985	0,709	1,491	0,325
1956	0,735	1,136	0,426	1986	0,712	1,224	0,393
1957	0,636	1,057	0,439	1987	0,676	1,096	0,328
1958	0,507	0,831	0,312	1988	0,814	1,498	0,322
1959	0,698	1,594	0,231	1989	0,772	1,001	0,489
1960	0,656	0,879	0,287	1990	0,82	1,396	0,478
1961	0,547	1,161	0,303	1991	0,611	0,838	0,3
1962	0,856	1,582	0,291	1992	0,571	0,855	0,369
1964	0,915	1,417	0,62	1993	0,914	1,365	0,357
1965	0,827	1,588	0,457	1994	0,781	1,12	0,42
1966	0,819	1,444	0,285	1995	0,853	1,29	0,565
1967	0,831	1,229	0,466	1996	0,738	0,947	0,545
1969	1,235	1,885	0,803	1997	0,718	1,433	0,283
1970	0,78	1,252	0,402	1998	0,748	1,481	0,238
1971	0,809	1,735	0,383	1999	0,923	1,089	0,746
1972	0,882	1,682	0,444	2000	0,765	0,906	0,624
1973	0,799	1,756	0,376	2001			
1974	0,986	1,458	0,503	2002	0,488	0,488	0,488
1975	0,913	1,599	0,307	2003	0,826	1,06	0,591
1976	0,643	0,89	0,316	2004	0,743	1,39	0,376
1977	0,655	1,247	0,323	2005	0,606	0,873	0,411
1978	0,708	1,075	0,503	2006	0,682	0,756	0,608
1979	0,885	1,585	0,435	2007	0,71	1,192	0,326
1980	0,483	0,614	0,329	2008	0,831	1,206	0,388
1981	1,581	2,852	0,541	2009	0,853	0,944	0,721
1982	0,826	0,899	0,752	2010	0,517	0,917	0,275
1983	0,817	1,142	0,499	2011	0,901	1,23	0,381
1984	0,874	1,592	0,491	2012	1,466	1,49	1,45

Tabla 3. Valores de las características estadísticas de los caudales medios del río Fonce (San Gil).

Característica	V media	V máxima	V mínima
Mínimo	0,48	0,49	0,23
Máximo	1,58	2,85	1,45
Rango	1,10	2,36	1,22
Media	0,79	1,25	0,46
Varianza	0,04	0,14	0,04
Desviación Estándar	0,20	0,38	0,20
Asimetría	1,78	1,26	2,56
Curtosis	5,48	4,64	9,77

Los valores de los coeficientes de los momentos estadísticos (ecuación 4) y del criterio kappa K, se muestran en la tabla 4.

una hora (que es una veinticuatroava parte del giro de rotación de la esfera Tierra) aproximadamente unos 10 kilómetros; es decir, que en menos de 12 horas el río puede arrastrar una sustancia u objeto liviano hasta unos 100 kilómetros.

Ajuste de los modelos del Sistema de Pearson a los histogramas de frecuencias empíricas

La solución analítica del Sistema de Pearson (ecuación 1) ofrece resultados diversos dependiendo de los valores de los parámetros C_1 , C_2 y C_3 . Para ajustar un modelo determinado de este sistema al comportamiento histórico de un proceso se aplica el criterio k , establecido por Pearson en su trabajo original (tabla 1). A continuación se presentan las fórmulas del parámetro k y de los respectivos coeficientes.

$$k = \frac{\beta_1(\beta_2+3)^2}{4(4\beta_2-3\beta_1)(2\beta_2-3\beta_1-6)} \quad (2)$$

en donde,

$$\beta_1 = \mu_3^2/\mu_2^3, \quad \beta_2 = \mu_4/\mu_2^2 \quad (3)$$

μ_2, μ_3, μ_4 son los coeficientes de los momentos estadísticos.

Tabla 4. Valores de los coeficientes de los momentos estadísticos

Parámetros	V media	V máxima	V mínima
μ_2	0,5645	0,5398	0,4228
μ_3	0,5730	0,0285	0,4294
μ_4	1,9501	0,6903	0,8264
β_1	1,8257	0,0051	2,4384
β_2	6,1202	2,3693	4,6220
K	2,6171	-0,0031	-0,7786
Tipo	VI	II	VIII

Una vez definido el modelo estadístico del Sistema de Pearson que mejor se ajusta al comportamiento histórico de los valores de las velocidades del agua del río Fonce se procede a generar el histograma teórico de frecuencias y se compara con el histograma empírico (figura 2).

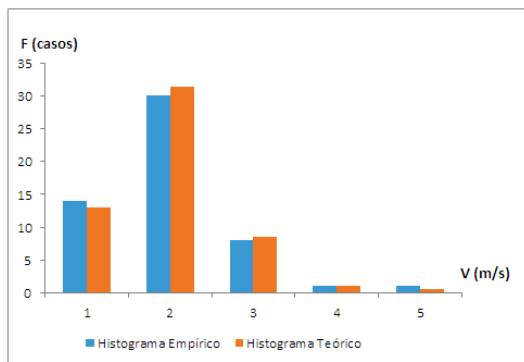


Figura 2. Ajuste del modelo estadístico Tipo VI del Sistema de Pearson al histograma empírico de los valores medios de las velocidades del agua del río Fonce

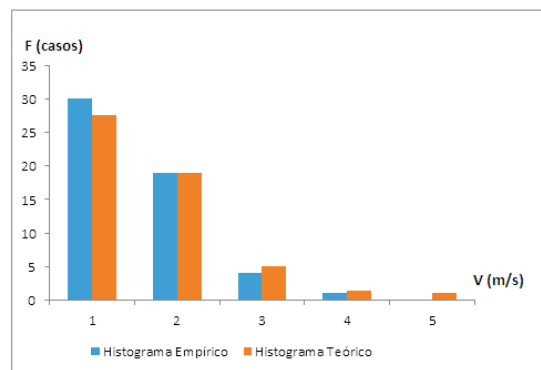


Figura 3. Ajuste del modelo estadístico Tipo II del Sistema de Pearson al histograma empírico de los valores mínimos de las velocidades del agua del río Fonce

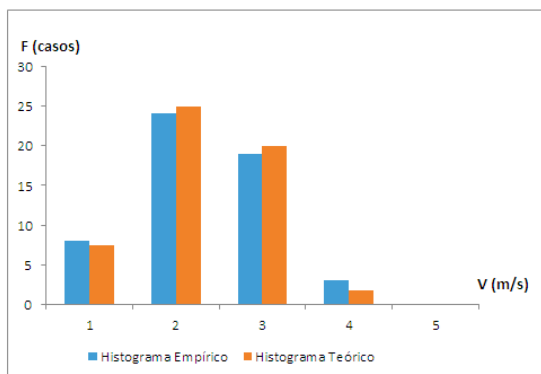


Figura 4. Ajuste del modelo estadístico Tipo VIII del Sistema de Pearson al histograma empírico de los valores medios de las velocidades del agua del río Fonce

RESULTADOS

Los resultados de este trabajo demuestran claramente que la aplicación del Sistema de Pearson en los ámbitos de la ingeniería civil para el estudio estadístico del comportamiento de las velocidades del agua es adecuado, habida cuenta que ofrece resultados satisfactorios. En la tabla 5 se aprecian los valores de las frecuencias empíricas y teóricas según el modelo de Pearson ajustado.

Tabla 5. Valores de las frecuencias modeladas y de las empíricas

Intervalo	V media		V máxima		V mínima	
	Empírica	Teórica	Empírica	Teórica	Empírica	Teórica
1	14	13	8	8	30	28
2	30	31	24	25	19	19
3	8	8	19	20	4	5
4	1	1	3	2	1	1
5	1	1	0	0	0	1

Durante el ajuste de los modelos del Sistema de Pearson se encontró que otros tipos pueden también ajustarse; sin embargo, el criterio k restringe ampliamente la selección de cada tipo. Es importante señalar que a futuro se podría ajustar cualquier tipo de modelo del Sistema de Pearson con soporte en otros criterios, tales como Chi Cuadrado o Kolmogorov-Smirnov, entre otros.

CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una primera aproximación de la estimación de las frecuencias de probabilidades en una serie de valores anuales de las velocidades mínimas, medias y máximas aplicando el Sistema de Pearson. El caso se aplica al río Fonce en San Gil (Santander).

El Sistema de Pearson permite modelar en forma adecuada el comportamiento histórico de los valores anuales (medios, mínimos y máximos) de las velocidades del agua del río Fonce en términos de sus frecuencias empíricas; siendo los tipos VI, II y, VIII los que mejor se ajustan según el criterio k de Pearson.

El trabajo demuestra que tomar un solo valor de la velocidad del agua del río Fonce para los diseños de obras civiles y militares restringe su conocimiento, habida cuenta que en realidad esta variable fluctúa entre valores mínimos, medios y máximos. Esta práctica en los estudios hidráulicos e hidrológicos no permite diseñar las obras bajo valores que se presentarán en la dinámica real del agua del río Fonce y por tanto la vida útil de las obras no corresponderá al tiempo predeterminado en los diseños.

Es importante continuar con este estudio a futuro, haciendo comparaciones entre los valores de velocidades del agua que arrojan las ecuaciones hidráulicas empíricas con los valores medidos en el periodo 1955-2012.

El comportamiento de la velocidad del agua debería considerarse de tipo estocástico, dado que sus estimaciones arrojan altos niveles de

incertidumbre. Un modelo de naturaleza estocástica permite reflejar de manera eficaz los histogramas de las frecuencias de las velocidades del agua del río en términos matemáticos y confiables en términos ingenieriles.

REFERENCIAS

- [1] V. T. Chow, D. R. Maidment, L. W. Mays. *Handbook of applied Hydrology*. San Francisco, McGraw-Hill, 1964, pp. 584.
- [2] P. Elderton. *Frequency curves and correlation*. London, Institute of Actuaries, 1906, pp. 172.
- [3] J. Benjamin. 1970. *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*. San Francisco, McGraw-Hill, San Francisco, 1970, pp. 685.
- [4] H. G. Rivera, D. C. Palacio Gómez, F. M. Rangel Guerrero. *Impacto de los escenarios de cambio climático en los recursos naturales renovables en jurisdicción de la Corporación Autónoma Regional de Santander*. Bogotá, Otero Impresos – Universidad Nacional de Colombia, pp. 100.
- [5] N. R. Rich, L. Greene, R. C. Graham. *The Pearson's System of frequency curves digital computer program*. US Army Missile Command Restone Arsenal, Alabama, Report RD-TR 7114, June 1971.
- [6] Fuentes Bacca J., Palacio Gómez D., Hoyos Ortiz L., Rivera H. Oportunidades entre la tecnología militar y la ingeniería civil. Caso de estudio: Aplicación del Sistema Estadístico de Pearson en la modelación de los caudales medios mensuales del río Fonce –Santander. En: *Rev. Ing. Mil. ESING*, Vol 10, Bogotá. 2015